**ВОС­СТА­НОВ­ЛЕ­НИЕ ИЗО­БРА­ЖЕ­НИЙ НЕЛИНЕЙНЫМИ ФИЛЬТРАМИ,   
ПОЛУЧЕННЫМИ ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ ЛИНЕЙНОЙ ПО ПАРАМЕТРАМ МОДЕЛИ**

*В. А. Фур­сов, Д.А. Елкин*

## Аннотация

Рассматривается технология вос­ста­нов­ле­ния изо­бра­же­ний, под­верг­ших­ся ис­ка­же­ни­ям ти­па де­фо­ку­си­ров­ки или сма­за с использованием нелинейных фильтров, полученных путем идентификации линейной по параметрам модели. Задача идентификации решается в классе моделей, задаваемых в виде степенного ряда. Приводятся примеры реализации, иллюстрирующие возможность достижения более высокого качества, по сравнению с линейными фильтрами.

Ключевые слова: цифровая обработка изображений, нелинейный фильтр, параметрическая идентификация

## Вве­де­ние

Если известен опе­ра­то­р ис­ка­жаю­щей сис­те­мы, задача построения фильтра для восстановления изображений сводится к нахождению некоторого приближения к обратному оператору. Часто оператор системы оказывается неизвестным или известен неточно, а вместо этого известными являются тестовые изображения или фрагменты на искаженном изображении, эталонные функции распределения яркости на которых могут быть заданы с использованием априорной информации. В этом случае параметры фильтра могут быть определены путем непосредственной идентификации инверсного тракта формирования изображений [1].

Концепция оптимальной линейной фильтрации до недавнего времени имела преобладающее значение. Подход, основанный на решении задачи идентификации линейных моделей, в т. ч. по малым фрагментам изображений, рассматривался в работах [2,3]. Опыт использования линейных моделей показывает, что при использовании моделей в классе КИХ-фильтров, размерность задачи идентификации при интенсивных искажениях должна быть большой, что приводит к ухудшению обусловленности задачи. Попытка улучшения обусловленности применением более грубой сетки отсчетов приводит к потере качества. Применение моделей БИХ-фильтров снимает проблему размерности, однако при этом возникает серьезная проблема обеспечения устойчивости.

Поэтому надежды на повышение качества восстановления изображений, не без оснований, связывают с построением нелинейных фильтров. В значительной мере это связано с тем, что реальные системы формирования изображений действительно чаще характеризуются нелинейными искажениями и априорной неопределенностью математического описания и информации, как о самой системе, так и помехах [4].

Для решения задачи идентификации нелинейных моделей разработано много подходов и методов [5]. Одним из конструктивных подходов является использование моделей в виде последовательности Вольтерра. В частности, Винер показал, что функциональный ряд Вольтерра может быть использован для описания систем, в которых нелинейность не слишком существенна. Опираясь на этот результат предпринимаются попытки использования рядов Вольтерра для оценки и идентификации нелинейных систем [6]. Основная проблема, с которой приходится при этом сталкиваться, это сложность определения ядер ряда. Поэтому на этом пути пока не достигнуто значительных успехов.

Цель настоящей работы разработка и исследование процедур идентификации и последующей реализации линейных по параметрам нелинейных фильтров в варианте, приводящем к формальному описанию в виде степенного ряда.

1. **По­ста­нов­ка за­да­чи**

На искаженном изображении определим опорную область (маску) *D* с дискретными отсчетами . Пусть  отсчет из этой опорной области, на формирование которого оказывают влияние все отсчеты из этой же области (случай, когда , мы не рассматриваем). С использованием информации о степени влияния всех отсчетов из области  мы хотим построить нелинейный фильтр для формирования соответствующего ему «неискаженного» отсчета . Нелинейный фильтр будем строить в виде ряда Вольтерра в дискретном варианте, обычно называемого полиномом Колмогорова-Габора:

 (1)

где - коэффициенты полинома. Нелинейная модель (1) является линейной по параметрам. При этом часто в эту модель вводят дополнительные нелинейные функции входных переменных без существенного усложнения структуры модели.

Предполагается, что наряду с исходным искаженным изображение имеется тестовое (обучающее) изображение или некоторый его фрагмент. Такой «неискаженный» фрагмент может быть задан на искаженном изображении как желаемая функция распределения яркости в некоторой области с использованием априорной информации о геометрической форме и спектральной интенсивности известных объектов (например, с использованием технологии «узнаваемые цвета»).

Пусть проведены измерения всех отсчетов яркости в  опорных областях  искаженного изображения. Из соответствующих этим опорным областям от­сче­тов  на тестовом изо­бра­же­нии, со­ста­вим век­тор  раз­мер­но­сти ***.*** Ес­ли в ка­ж­дой из этих опор­ных об­лас­тей  чис­ло от­сче­тов оди­на­ко­во, то число слагаемых в правой части (1) также одинаково. Если при этом параметры модели (коэффициенты полинома) в указанных  опорных областях изображения можно считать постоянными, в соответствии с (1) мож­но за­пи­сать мат­рич­ное со­от­но­ше­ние

, (2)

где *-* мат­ри­ца , каждая стро­ка ко­то­рой со­став­ле­на из отсчётов изо­бра­же­ния или их комбинаций вида в соот­ветст­вующей об­лас­ти *,* а  равно числу слагаемых в правой части, *-* век­тор неизвестных параметров,  - -вектор ком­по­нен­тами которого являются ошибки измерений, аппроксимации и др.

Задача состоит в построении оценки  вектора параметров  по доступным для наблюдения вектору  и матрице  при неизвестном векторе ошибок . Нетрудно заметить, что вычислительная сложность сформулированной задачи идентификации существенным образом зависит от размерности модели (1). В частности, при возрастании интенсивности искажений число слагаемых в правой части, а следовательно размерность быстро возрастают. Рост размерности наряду с вычислительными проблемами может приводить к снижению качества модели.

В настоящей работе исследуются различные варианты снижения размерности модели за счет учета симметрии искажений, а также исключения произведений отсчетов, приводящих к почти линейной зависимости векторов-столбцов матрицы . Оценка качества моделей осуществляется путем сравнения исходных неискаженных изображений с изображениями, полученными в результате обработки искаженных изображений, полученных путем моделирования.

## 2. По­строе­ние про­це­дур иден­ти­фи­ка­ции и восстанов­ле­ния

В большинстве случаев искажения типа дефокусировки в некоторой локальной пространственной области обладают радиальной симметрией. Обусловлено это формой пятна размытия, имеющего место при различных аберрациях оптических систем. Этот эффект используется [1] для существенного снижения размерности модели (1). В частности, сгруппировать значения отсчетов  при одинаковых коэффициентах полинома, находящихся (в силу симметрии) на одинаковых расстояниях от центральной точки опорной области :

, (2)

где  – все возможные значения координат отсчетов на расстоянии  (для которых , , а  - число таких отсчетов.

На рисунке 1 приведен пример опорной области 7×7, на которой точками на окружностях показаны отсчеты, подлежащие объединению. В данном случае модель (1) можно представить в виде

 (3)

В этой модели могут присутствовать слагаемые, приводящие к почти линейной зависимости векторов-столбцов матрицы . В частности, нетрудно заметить, что третья и четвертая (от центра) окружности находятся на малом расстоянии друг от друга, поэтому соответствующие им усредненные значения  будут почти совпадающими. Такие значения отсчетов целесообразно сгруппировать между собой.

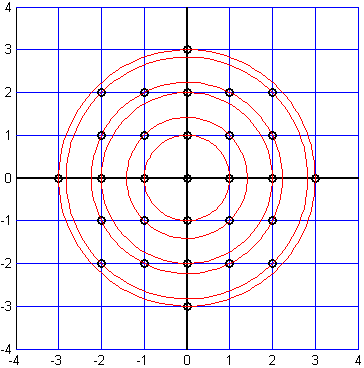


Рис. 1 – Пример отсчетов с одинаковыми откликами в опорной области с радиальной симметрией.

Дальнейшее упрощение модели (3) может состоять в исключении слагаемых, содержащих произведения отсчетов с разными индексами. В данном случае также целесообразно в первую очередь исключать слагаемые, соответствующие усредненным значениям , находящимся на близких окружностях. В некоторых случаях характер искажений допускает использование простой модели, в которой все слагаемые, содержащие произведения отсчетов с разными индексами исключены:

 (4)

Ниже приводятся результаты сравнительных экспериментов при использовании моделей различной размерности.

1. **Ре­зуль­та­ты экс­пе­ри­мен­тов**

Эксперименты проводились на тестовом изображении 461х461 с диапазоном яркости 0-256, показанное на рис. 2. На рис. 3 представлены соответствующие искаженные изображения, которые формировались путем применения фильтра Гаусса нижних частот с различными -отклонениями для разных степеней размытия: σ=3 и σ=5.

|  |
| --- |
|  |
| Рис.2 - ***Исходные тестовые изображения*** |

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
|  |  |
| Рис.3 - ***Искаженные изображения*** | |

По исходному и искаженному тестовым изображениям решалась задача идентификации параметров фильтра по одной из указанных моделей – модели (3) или (4) с различным числом слагаемых, содержащих произведения отсчетов с разными индексами. Затем осуществлялось восстановление искаженного изображения, путем применения полученного инверсного фильтра для выбранной модели.

На рисунках 4 приведены изображения, полученные в результате обработки указанных на рисунке искаженных изображений. Изображения a), c) получены из искаженных при степени размытия σ=3, а на рисунках b), d) – при σ=5. Изображения a), b) получены при построении инверсного фильтра по модели (4):

 (5)

где *i* – номер окружности в опорной области (рис. 1). Изображения с), d) по модели (3) с исключенными окружностями 4 и 5:

 (6)

В таблице 1 для этих изображений приведены значения среднеквадратических отклонений обработанных изображений от исходных тестовых.

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
|  |  |
| c) | d) |
|  |  |
| Рис.4 - ***Обработанные изображения*** | |

На рисунке 5 для сравнения приведены те же изображения, обработанные Винеровским фильтром из открытой библиотеки OpenCV. Параметры фильтра специально подбирались так, чтобы достигался минимум СКО между обработанным и исходным тестовым изображением (приведены в таблице 1).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Рис.5 – ***Результат обработки винеровским фильтром*** | |

Результаты, приведенные в таблице 1 показывают, что исключение отсчетов из опорной области и уменьшение размерности модели сильно ухудшает качество фильтра. Однако также видно, что исключение из модели отсчетов содержащие произведения с разными индексами не несет негативного эффекта для фильтра, а даже наоборот.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Таблица 1 | | |
| Фильтр | размытия | СКО | |
|  | 3 | 15.168253 | |
| 5 | 23.632712 | |
|  | 3 | 15.175429 | |
| 5 | 23.745096 | |
|  | 3 | 15.446596 | |
| 5 | 23.784944 | |
|  | 3 | 15.802806 | |
| 5 | 23.916792 | |
|  | 3 | 16.035264 | |
| 5 | 23.831510 | |
|  | 3 | 16.098307 | |
| 5 | 23.882781 | |
|  | 3 | 16.188740 | |
| 5 | 23.829058 | |
|  | 3 | 16.711742 | |
| 5 | 24.110453 | |
| Винеровский | 3 | 19.374125 | |
| 5 | 23.800304 | |

## 4. Заклю­че­ние

Показано что использование линейной па параметрам модели нелинейного фильтра позволяет получить более высокое качество восстановления. Использование моделей различной размерности показывает также, что возможно получение хорошего качества при существенных упрощениях.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки, а также гранта РФФИ № 16-07-00729.

## Ли­те­ра­ту­ра

1. Фурсов В.А. Восстановление изображений КИХ-фильтрами, построенными путем непосредственной идентификации инверсного тракта // Компьютерная оптика. Вып. 16, 1996, с. 103-108.
2. Фурсов, В.А. Адаптивная идентификация по малому числу наблюдений [Текст] / Фурсов В.А. // Приложение к журналу «Информационные технологии» №9/2013. – 2013. – 32c.
3. Fursov, V. Construction of adaptive identification algorithms, using the estimates conformity principle [Text] / V. Fursov // 11th International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-11-2013). Samara, September 23-28, 2013. Conference Proceedings (Vol. I-II). – 2013. – V.1. – P.22-25.
4. В.А. Фурсов. Два подхода к оценке точности и достоверности согласованной идентификации. / Труды X Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления», Москва, 26-30 января 2015 г. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, – 2015, – с. 907-918.
5. Льюнг Л. Идентифиация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ./ Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука. Гл. ред.физ.-мат. Лит., 1991. – 432 с. ISBN 5-02-014511-4.
6. Щербаков Михаил Александрович Итерационный метод оптимальной нелинейной фильтрации изображений // Известия ВУЗов. Поволжский регион. Технические науки . 2011. №4.
7. Щербаков Михаил Александрович Итерационный метод оптимальной нелинейной фильтрации изображений // Известия ВУЗов. Поволжский регион. Технические науки, 2011. № 4.